شنبه 11 دی 1400 - 13:43

مباحثی در نظریه نقطه ثابت

نویسنده: دکتر حسین پیری

نظریه ی نقطه ی ثابت یکی از قدرتمندترین و پربارترین ابزارهای ریاضیات مدرن است و از موضوعات اصلی آنالیز تابعی غیرخطی محسوب می شود. در پنجاه سال گذشته این نظریه زمینه تحقیقاتی بسیاری از ریاضیدانان بوده است.

نظریه ی نقطه ی ثابت شرایطی را فراهم می کند که تحت آن عضو x از مجموعه Xوجود دارد به طوری که معادلهf(x)=x ‎ که در آن f نگاشتی از X به توی X‎ است، دارای جواب می باشد. مجموعه جواب این معادله ممکن است تهی، متناهی، شمارش پذیر و یا شمارش ناپذیر باشد.

این نظریه ابزاری اساس برای حل مسائل در شاخه های مختلف آنالیز را فراهم می کند. به عنوان مثال حل مسائلی از قبیل نامساوی های تغییراتی، بهینه سازی غیر خطی، مسائل تعادل و حل معادلات دیفرانسیل و انتگرال ارتباط بسیار نزدیکی با این نظریه دارند. روش حل این مسائل توسط برخی از ریاضیدانان برجسته مانند فردهلم، لیوویل، پئانو و پیکارد ارائه شده است. اصل انقباض باناخ که در سال ‎۱۹۲۲‎ ثابت شد در قلب نظریه ی نقطه ی ثابت فضای متریک قرار دارد و نقش اساس در بسیاری از جنبه های آنالیز تابعی غیر خطی ایفا می کند. این اصل از ایده تقریب پی در پی که برای اثبات وجود و منحصر به فردی جواب معادله ‎ f(x)=x‎ که پیکارد در سال ‎۱۸۹۰‎ مطرح نمود، به وجود آمده است.

با عنایت به اهمیت بسیار زیاد نظریه ی نقطه ی ثابت و کاربردهای بسیار وسیع آن در ریاضی و همچنین سایر علوم و همچنین عدم وجود منابع کافی و منسجم به زبان فارسی در این خصوص و نیز تحقیق و مطالعه بیش از یک دهه اینجانب در این زمینه که حاصل آنها در قالب مقالات در مجلات معتبر علمی به چاپ رسیده اند، تصمیم به نوشتن این کتاب گرفتم. امید است کتاب حاضر بتواند به عنوان یک مرجع منسجم مورد استفاده اساتید گرانقدر و دانشجویان تحصیلات تکمیلی قرار گیرد.